

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра жилищно-коммунального комплекса

## ОРГАНИЗАЦИЯ, ПЛАНИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИЕЙ ЗДАНИЙ

Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе  
для обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 Строительство

Составитель Г.А. Афанасьев

© Национальный исследовательский  
Московский государственный  
строительный университет, 2020

Москва  
Издательство МИСИ – МГСУ  
2020

СТРОИТЕЛЬСТВО

УДК 332.8  
ББК 65.44  
О-64

*Рецензент* — доктор технических наук, профессор *В.И. Римшин*,  
профессор кафедры жилищно-коммунального комплекса НИУ МГСУ

О-64      **Организация, планирование и управление технической эксплуатацией зданий**  
[Электронный ресурс] : методические указания к практическим занятиям и самостоятельной  
работе для обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 Строительство / сост.  
Г.А. Афанасьев ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации,  
Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,  
кафедра жилищно-коммунального комплекса. – Электрон. дан. и прогр. (0,8 Мб). – Москва :  
Издательство МИСИ – МГСУ, 2020. – Режим доступа: <http://lib.mgsu.ru/>. – Загл. с титул. экрана.

В методических указаниях рассмотрены вопросы организации, планирования и управления  
технической эксплуатацией объектов ЖКХ, а также исследованы особенности эксплуатации объектов  
ЖКХ в современных условиях. Предложены новые подходы к решению проблем оптимизации  
управленческого характера на основе теории массового обслуживания.

Для обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 Строительство, профиль «Техническая  
эксплуатация объектов жилищно-коммунального хозяйства и городской инфраструктуры».

*Учебное электронное издание*

© Национальный исследовательский  
Московский государственный  
строительный университет, 2020

Редактор, корректор *М.Л. Манзюк*  
Компьютерная верстка *А.Г. Сиволобовой*  
Дизайн первого титульного экрана *Д.Л. Разумного*

*Для создания электронного издания использовано:*  
Microsoft Word 2013, Adobe InDesign CS6, ПО Adobe Acrobat.

Подписано к использованию 02.03.2020. Объем данных 0,8 Мб.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский  
Московский государственный строительный университет»  
129337, Москва, Ярославское ш., 26.

Издательство МИСИ – МГСУ.  
Тел. (495) 287-49-14, вн. 13-71, (499) 188-29-75, (499) 183-97-95.  
E-mail: [ric@mgsu.ru](mailto:ric@mgsu.ru), [rio@mgsu.ru](mailto:rio@mgsu.ru)

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ .....	5
1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ	
«ОРГАНИЗАЦИЯ И ПЛАНИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ОБЪЕКТОВ ЖКХ» .....	5
1.1. Определение оптимальной периодичности осмотра конструктивных элементов и инженерного оборудования по стоимостному критерию .....	5
1.2. Оптимизация и оценка эффективности периода проведения планово-предупредительных ремонтов по критерию надежности .....	8
1.3. Оценка периода контроля состояния конструкций и зданий, состоящих из большого числа элементов, с позиции критерия надежности.....	9
Контрольные вопросы .....	12
2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ	
«УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИЕЙ ОБЪЕКТОВ ЖКХ» .....	12
2.1. Оптимальное распределение ресурсов в эксплуатационных организациях .....	12
2.2. Статистическая оценка параметров. Пример.....	13
Контрольные вопросы .....	15
3. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ	
«ОСОБЕННОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ОБЪЕКТОВ ЖКХ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ».....	15
3.1. Структурная схема формирования службы эксплуатации.....	15
3.2. Основные понятия и процессы теории массового обслуживания .....	16
3.3. Системы массового обслуживания с отказами .....	17
3.4. Расчет численности работников диспетчерской службы, ответственных за прием и обработку поступающей информации (без линии ожидания) .....	17
3.5. Расчет численности и состава работников эксплуатационной службы объектов различного функционального назначения .....	18
4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ .....	19
5. РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ .....	20
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	20

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания предназначены для углубления и закрепления теоретических знаний, полученных на лекционных занятиях по дисциплине «Организация, планирование и управление технической эксплуатацией зданий», а также развития навыков самостоятельного принятия решений управленческого характера. Практические занятия разделены на три модуля. Первый посвящен проблемам организации и планирования технической эксплуатации объектов. Основное внимание будет уделено вопросам оптимизации структуры и периодичности планово-предупредительных ремонтов (ППР), а также оценке эффективности назначения межремонтного периода конструктивных элементов здания. Принципам управления технической эксплуатацией объектов ЖКХ посвящен второй модуль практических занятий. Будут обсуждены централизованный и децентрализованный методы управления, их преимущества и недостатки, а также принципы кадрового формирования ремонтно-строительных и жилищно-эксплуатационных организаций.

Цель последнего цикла — ознакомление обучающихся с вероятностным подходом к анализу особенностей эксплуатации ЖКХ в современных условиях.

## ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практические занятия в первую очередь направлены на углубленное освоение обучающимися лекционного материала на базе тщательного анализа и обсуждения основных тем, рассмотрения конкретных примеров и решения задач иллюстративного характера. Изучение предложенных математических моделей и решение связанных с ними задач будет способствовать формированию у обучающихся умений и навыков анализа статистических данных и их применения к расчету оптимальных способов управления технической эксплуатацией зданий и объектов.

### 1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ «ОРГАНИЗАЦИЯ И ПЛАНИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ОБЪЕКТОВ ЖКХ»

Целью данного цикла практических занятий является приобретение навыков для решения задач по оптимизации деятельности эксплуатационных подразделений, основанной на выборе периодичности осмотров конструктивных элементов и инженерного оборудования.

#### 1.1. Определение оптимальной периодичности осмотра конструктивных элементов и инженерного оборудования по стоимостному критерию

На занятиях по данной теме этот выбор происходит с позиции стоимостного критерия, учитывающего стоимость профилактического осмотра строительной конструкции и издержек, связанных с ее восстановлением и ненадлежащим исполнением ее функций из-за состояния некоторых элементов.

Основное предположение заключается в том, что при отсутствии осмотров и восстановлений вышедших из строя элементов инженерный объект становится неработоспособным через некоторое время, являющееся случайной величиной. Решение задачи потребует освоения:

- 1) некоторых математических понятий, среди которых функция распределения случайной величины, математическое ожидание, равномерное распределение;
- 2) статистических методов оценки параметров равномерного распределения;
- 3) способа построения на этой основе алгоритма для оценки оптимального периода осмотров.

Предположим, что имеется элемент (узел, агрегат) инженерной системы (отопление, вентиляция, водоснабжение, водоотведение и т.п.), который может снижать показатели своей работы, но этот факт обнаруживается лишь при специальном осмотре, поскольку элемент является частью более сложной системы и снижение его эффективности не приводит к выходу из строя всей системы, но снижает качество ее работы. Это означает, что необходимы периодические осмотры элементов, позволяющие устранить возможные дефекты и тем самым повысить эффективность функционирования системы в целом.

Итак, предположим, что имеется некий элемент, который через промежуток времени  $\tau$  подвергается осмотру, в результате которого все возникшие дефекты устраняются.

В этом пункте вопрос об оптимизации интервала  $\tau$  между осмотрами элемента будет решаться с позиции стоимостного критерия, при этом будут учитываться следующие расходы:

$c_0$  — стоимость технического осмотра элемента;

$c_1$  — издержки в единицу времени, связанные со снижением эффективности работы элемента и его последующим восстановлением.

Мы считаем, что элемент выходит из строя через случайное время  $\xi$  с плотностью распределения вероятностей  $g(x)$ , так что вероятность того, что в интервале  $(t, t + \Delta)$ , где  $\Delta$  мало, произойдет падение эффективности работы элемента, равна  $g(t)\Delta + o(\Delta)$ , но обнаружить факт поломки мы можем только при плановых осмотрах, которые производятся в моменты  $n\tau$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).

Наша цель — найти оптимальный интервал  $\tau_0$  между плановыми осмотрами элемента с позиции стоимостного критерия. Это означает, что при выбранном  $\tau_0$  средние издержки в единицу времени, связанные с техническим осмотром, ремонтом и заменой, а также выходом из строя элемента или его неполноценным функционированием, должны быть минимальны.

Обозначим через  $W(\tau)$  средние издержки за время  $\tau$  между двумя последовательными осмотрами.

Тогда  $W(\tau) = c_0 + c_1 \int_0^\tau (\tau - x)g(x)dx$ , а издержки в единицу времени

$$\frac{W(\tau)}{\tau} = \frac{c_0 + c_1 \int_0^\tau (\tau - x)g(x)dx}{\tau}. \quad (1.1)$$

Мы хотим найти точку  $\tau_0$ , в которой функция  $\frac{W(\tau)}{\tau}$  достигает минимума. Дифференцируя функцию  $\frac{W(\tau)}{\tau}$  по  $\tau$ , получаем уравнение для точки минимума (если она существует):

$$\int_0^\tau xg(x)dx = \frac{c_0}{c_1}. \quad (1.2)$$

Величина  $\alpha = \int_0^\infty xg(x)dx$  называется математическим ожиданием или средним значением для распределения с плотностью  $g(x)$ . Функция  $G(t) = \int_0^t xg(x)dx$  монотонно возрастает, и  $G(\infty) = \alpha$ . Решение  $\tau_0$  уравнения (1.2) существует, если  $\alpha > \frac{c_0}{c_1}$ . В противном случае, когда  $\alpha c_1 < c_0$ , т.е. стоимость осмотра слишком велика, его проводить не следует.

Пример 1. Будем считать, что распределение времени безотказной работы элемента  $\xi$  равномерное в интервале  $(a, b)$ , так что  $g(x) = \frac{1}{b-a}$ , если  $x \in (a, b)$ , и  $g(x) = 0$  в противном случае.

Соотношение (1.2) переписывается в виде ( $\tau \in [a, b]$ )

$$\frac{1}{b-a} \int_a^\tau xdx = \frac{\tau^2 - a^2}{2(b-a)} = \frac{c_0}{c_1},$$

так что оптимальное значение  $\tau_0$  интервала между проверками

$$\tau_0 = \sqrt{a^2 + \frac{2(b-a)}{c_1} c_0} \quad (1.3)$$

при условии

$$\frac{c_0}{c_1} < M\xi = \frac{a+b}{2} = \alpha. \quad (1.4)$$

В качестве исходных данных имеется таблица значений времени  $\xi$  до поломки элемента в  $n$  независимых наблюдениях (табл. 1.1).

Таблица 1.1

**Времена работоспособного состояния элемента по тридцати наблюдениям (в условных единицах)**

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Значение	6,8	10,2	5,3	8,7	5,5	7,8	7,1	6,5	5,6
№ п/п	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Значение	9,1	9,7	12,5	14,5	5,8	13,7	12,5	14,1	7,8
№ п/п	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Значение	11,4	10,5	14,0	10,8	14,9	6,9	5,1	13,6	11,9
№ п/п	28	29	30						
Значение	6,1	7,1	8,9						

На основе табл. 1.1 сначала необходимо оценить параметры равномерного распределения  $a$  и  $b$ , чтобы затем использовать их в формуле (1.3).

Мы воспользуемся известными результатами из теории вероятностей [7]. Пусть  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  — наблюдаемые интервалы между поломками, т.е. элементы табл. 1.1.

Положим  $x_1^* = \min_{1 \leq i \leq n} x_i$ ,  $x_n^* = \max_{1 \leq i \leq n} x_i$ .

Тогда несмещенные оценки  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  с наименьшей дисперсией для концов отрезка  $a$  и  $b$  определяются соотношениями [7]

$$\hat{a} = \frac{n \cdot x_1^*}{n-1} - \frac{x_n^*}{n-1}, \quad \hat{b} = \frac{n \cdot x_n^*}{n-1} - \frac{x_1^*}{n-1},$$

так что  $\hat{b} - \hat{a} = \frac{n+1}{n-1} (x_n^* - x_1^*)$ .

Подставляя эти выражения в формулу (1.3), т.е. взяв  $\hat{a}$  вместо  $a$  и  $\hat{b} - \hat{a}$  вместо  $b - a$ , мы получаем оценку  $\hat{\tau}_0$  для  $\tau_0$ .

$$\hat{\tau}_0 = \sqrt{\left(\frac{nx_1^* - x_n^*}{n-1}\right)^2 + 2 \frac{c_0}{c_1} \frac{n+1}{n-1} (x_n^* - x_1^*)}.$$

При большом  $n$  можно использовать более простое выражение

$$\tilde{\tau}_0 = \sqrt{(x_1^*)^2 + 2 \frac{c_0}{c_1} (x_n^* - x_1^*)}. \quad (1.5)$$

Напомним, что  $\tau_0$  — интервал между осмотрами того или иного конструктивного объекта, при котором средние издержки в единицу времени минимальны. Издержки включают в себя стоимости профилактического осмотра и восстановления элемента, а также убытки, связанные с его неполноценной работой вследствие поломок.

*Замечание.* Если  $c_0 \geq c_1 M\xi$ , то профилактическую проверку проводить не следует, а ремонт элемента нужно начинать, когда система вышла из строя.

*Домашнее задание.* Положим  $y = \frac{c_0}{c_1} < M\xi = \alpha$ . На основе табл. 1.1 найти оценку  $\tilde{\tau}_0$  как функцию  $y$ .

## 1.2. Оптимизация и оценка эффективности периода проведения планово-предупредительных ремонтов по критерию надежности

Степень износа элементов строительных конструкций и зданий зависит от многих случайных факторов, так что выбор периода проведения планово-предупредительных ремонтов должен учитывать это обстоятельство.

Здесь мы рассмотрим модель, которая применима к различным инженерным системам здания: холодного и горячего водоснабжения, канализации, теплоснабжения, механической вентиляции и кондиционирования воздуха и др.

Наша задача — определить промежуток времени между планово-предупредительными ремонтами системы, обеспечивающий приемлемую надежность ее функционирования.

Мы считаем, что время работоспособного состояния системы — случайно. Так что надежность системы должна оцениваться с вероятностной точки зрения.

Здесь мы рассмотрим ситуацию, когда надежность системы определяется одним случайным параметром  $\xi$  с функцией распределения  $F(t) = P(\xi \leq t)$ . Тогда  $1 - F(t)$  — вероятность того, что система находится в рабочем состоянии в течение времени  $t$  после профилактического осмотра и ее восстановления. Более реалистичная и сложная модель будет рассмотрена в п. 1.3.

В качестве периодов  $\tau$  между осмотрами надо взять интервалы такой длины, чтобы вероятность выхода из строя системы внутри этого интервала была мала. Заметим, что вероятность этого события  $F(\tau)$ , так что для выбранного  $\varepsilon > 0$  интервал между осмотрами  $\tau_\varepsilon$  является решением уравнения

$$F(\tau_\varepsilon) = \varepsilon. \quad (1.6)$$

Величина  $1 - \varepsilon$  определяет надежность инженерной системы или конструкции в течение интервала времени  $\tau_\varepsilon$  между осмотрами. Выбор  $\varepsilon$  существенным образом зависит от возможных последствий выхода из строя элементов систем, конструкций, которые мы изучаем. Диапазон возможных значений  $\varepsilon$  зависит от функционального назначения и конструктивной схемы, вида строительной конструкции, материала и т.д.

Функция  $F(t)$  может быть оценена по результатам наблюдений. Но поскольку выход из строя изучаемых систем зависит от функционирования большого числа составляющих их элементов, то как следует из предельных теорем теории вероятностей [5], распределение  $F(t)$  в значительном числе случаев можно считать нормальным (или гауссовским), т.е.

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx,$$

где  $a$  и  $\sigma^2$  — параметры распределения:  $a$  — среднее время работы системы (или математическое ожидание), а  $\sigma^2$  — дисперсия (или вариация).

Итак, вместо (1.6) имеем уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{\tau_\varepsilon} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \varepsilon. \quad (1.7)$$

Сделав в интеграле замену переменных  $y = \frac{x-a}{\sigma}$ , получаем

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\tau_\varepsilon-a}{\sigma}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \varepsilon.$$



Функция  $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{y^2}{2}} dy$  задает распределение так называемого стандартного нормального

закона, и его параметры  $a = 0$ ,  $\sigma^2 = 1$ . Заметим, что решение  $\lambda_\varepsilon$  уравнения  $\Phi(\lambda_\varepsilon) = \varepsilon$  называют квантилью порядка  $\varepsilon$ .

Итак, вместо (1.7) мы получаем уравнение

$$\Phi\left(\frac{\tau - a}{\sigma}\right) = \varepsilon. \quad (1.8)$$

Таблицы значений функции  $\Phi(x)$  приведены в учебниках по теории вероятностей. Мы дадим здесь значения квантилей для некоторых  $\varepsilon$  (таб. 1.2).

Таблица 1.2

Квантили нормального распределения  $\Phi(\lambda_\varepsilon = \varepsilon)$

$\varepsilon$	0,020	0,15	0,10	0,05	0,04
$\lambda_\varepsilon$	-0,84	-1,04	-1,34	-1,64	-1,34

Теперь значение  $\tau_\varepsilon$  интервала между осмотрами при известных параметрах  $a$  и  $\sigma^2$  дается выражением  $\tau_\varepsilon = a + \lambda_\varepsilon \sigma$ .

Например, при  $\varepsilon = 0,10$  имеем  $\tau_\varepsilon = a - 1,34\sigma$ .

Чтобы применить эти результаты на практике, нужны статистические данные времен до выхода из строя исследуемых объектов. Предположим, что мы имеем значения  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  времен до отказа по  $N$  наблюдениям.

Тогда оценки для  $a$  и  $\sigma^2$  имеют вид

$$\hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{a})^2, \quad (1.9)$$

а оценка  $\tau_\varepsilon$  дается формулой

$$\hat{\tau}_\varepsilon = \hat{a} + \lambda_\varepsilon \sqrt{\hat{\sigma}^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i + \lambda_\varepsilon \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{a})^2}. \quad (1.10)$$

На практических занятиях по таблице данных предполагается посчитать зависимость оптимального периода  $\tau_\varepsilon$  от уровня надежности  $\varepsilon$ .

### 1.3. Оценка периода контроля состояния конструкций и зданий, состоящих из большого числа элементов, с позиции критерия надежности

Предлагаемая модель анализирует инженерный объект, состоящий из большого числа элементов разной надежности. Система считается вышедшей из строя, когда по крайней мере  $m$  элементов находятся в нерабочем состоянии. Решение задачи преследует две цели. Во-первых, развитие знаний в области прикладной теории вероятностей и навыков по применению ее методов к анализу более сложных и часто более реалистичных систем. Во-вторых, расширение понимания эффективности предложенного подхода при принятии решений по организации управления эксплуатационным предприятием.

Решение поставленной задачи будет способствовать также развитию навыков работы с экспериментальными данными и формированию понимания их важности при назначении межремонтного периода конструктивных элементов здания.

Здесь мы рассмотрим конструктивную систему здания, состоящую из большого числа элементов, или инженерную систему также с большим числом элементов.

Предположим, что каждый из элементов системы может выходить из строя и что факт его поломки обнаруживается при плановом осмотре, когда элемент либо восстанавливается, либо заменяется новым. Пусть  $P_k(t)$  — вероятность поломки  $k$ -го элемента к моменту  $t$ , где  $k = 1, 2, \dots, n$  и  $n$  — число элементов в системе. Задано целое число  $m < n$ , такое, что превышение уровня  $m$  числом вышедших из строя элементов (событие  $A_m$ ) весьма нежелательно. Поскольку времена жизни элементов — случайные величины и упомянутое событие все-таки возможно, задается достаточно малое положительное число  $\varepsilon > 0$ .

Тогда длительность периода осмотра  $\tau$  считается оптимальной, если в моменты осмотра вероятность того, что в системе более  $m$  сломанных элементов, не превышает  $\varepsilon$ , т.е.

$$P(A_m) \leq \varepsilon. \quad (1.11)$$

Из этого критерия мы будем исходить в данной модели.

Зафиксируем период  $\tau$  между осмотрами и перенумеруем элементы исследуемого объекта. Рассмотрим случайную величину  $\xi_k(\tau)$ , которая равна 1, если за время  $\tau$  элемент с номером  $k$  сломался, и  $\xi_k(1) = 0$  в противном случае.

Тогда  $S_n(\tau) = \sum_{k=1}^n \xi_k(\tau)$  — случайная величина, представляющая собой общее число сломанных элементов. Событие  $\{A_m\} = \{S_n(\tau) > m\}$  и  $P(A_m) = P(S_n(\tau) > m)$ .

Оптимальное значение периода осмотров  $\tau_\varepsilon$  находится из условия

$$\tau_\varepsilon = \sup \{ \tau : P(S_n(\tau) > m) \leq \varepsilon \}, \quad (1.12)$$

так что  $\tau_\varepsilon$  — наибольшее значение  $\tau$ , при котором

$$P(S_n(\tau) > m) \leq \varepsilon. \quad (1.13)$$

Если вероятности  $\{P_k(t), k = 1, 2, \dots, n\}$  известны, то, считая поломки отдельных элементов независимыми событиями, можно найти формулу для вычисления вероятности (1.13).

Решение этой задачи достаточно сложно, если не применять классические результаты теории вероятностей. Заметим, что  $S_n(\tau)$  — сумма случайных величин. В теории вероятностей доказана так называемая центральная предельная теорема [5, 6]. Она утверждает, что в достаточно общих предположениях при  $n \rightarrow \infty$

$$P\left(\frac{S_n(\tau) - M_n(\tau)}{\sqrt{D_n(\tau)}} \leq x\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \Phi(x), \quad (1.14)$$

т.е. имеет место сходимость к нормальному распределению. Здесь

$$M_n(\tau) = \sum_{k=1}^n P_k(\tau),$$

$D_n(\tau) = \sum_{k=1}^n P_k(\tau)(1 - P_k(\tau))$ . В соответствии с (1.14) при больших  $n$

$$P(S_n(\tau) > m) = P\left(\frac{S_n(\tau) - M_n(\tau)}{\sqrt{D_n(\tau)}} > \frac{m - M_n(\tau)}{\sqrt{D_n(\tau)}}\right) \sim 1 - \Phi\left(\frac{m - M_n(\tau)}{\sqrt{D_n(\tau)}}\right) = \varepsilon.$$

Используя табл. 1.2 из п. 1.2, для выбранного  $\varepsilon$  находим квантиль  $\lambda_\varepsilon$ . Теперь мы получаем условие на длительность периода осмотра. Поскольку  $1 - \Phi(-\lambda_\varepsilon) = \varepsilon$ , то

$$\frac{m - M_n(\tau)}{\sqrt{D_n(\tau)}} = -\lambda_\varepsilon. \quad (1.15)$$

Отсюда при известных функциях  $P_k(t)$  можно найти  $\tau_\varepsilon$ .

Мы получим достаточно сложное уравнение, которое, однако, можно решить численно.

На практических занятиях мы рассмотрим ситуацию, когда  $P_k(t) = P(t)$  для  $k = 1, 2, \dots, n$ , т.е. все элементы одинаково надежны.

Тогда  $M_n(\tau) = nP(\tau)$  и  $D_n(\tau) = nP(\tau)(1 - P(\tau))$ .

Положив  $x = P(\tau)$ , мы находим из (1.15)

$$m - nx = -\lambda_\varepsilon \sqrt{nx(1-x)}. \quad (1.16)$$

Это уравнение имеет единственное решение  $x_\varepsilon$  в области  $(0, 1)$ . Поскольку  $P(\tau)$  — функция, монотонно возрастающая на  $(0, \infty)$  и  $P(\infty) = 1$ , существует единственное решение  $\tau_\varepsilon$  уравнения

$$P(\tau_\varepsilon) = x_\varepsilon. \quad (1.17)$$

Это решение  $\tau_\varepsilon$  и дает продолжительность периодов между профилактическими осмотрами системы, обеспечивающую заданную надежность уровня  $1 - \varepsilon$ . Формулы для решения (1.16) выписываются, но они достаточно сложны, поэтому здесь мы приведем оценку  $\tau_\varepsilon^- < \tau_\varepsilon$ . Если профилактические осмотры проводятся через интервалы  $\tau_\varepsilon^-$ , то надежность системы не менее  $1 - \varepsilon$ . При больших  $n$  и  $m$  в качестве оценки для решения уравнения (1.17) берем

$$x_\varepsilon = \frac{m + \lambda_\varepsilon \sqrt{m}}{n}, \quad (1.18)$$

где  $\lambda_\varepsilon$  находится из табл. 1.2.

Теперь для выбранного  $\varepsilon$  по формуле (1.18) определяем  $x_\varepsilon$ . Если функция  $P(\tau)$  известна, то, решая (1.17), мы получаем оптимальный период осмотров с позиции критерия надежности.

Например, если время жизни элемента имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\delta$ , т.е.  $P(\tau) = 1 - e^{-\delta\tau}$ , что довольно часто случается в приложениях, то из (1.17) и (1.18) получаем

$$e^{-\delta\tau_\varepsilon} = \frac{n - m - \lambda_\varepsilon \sqrt{m}}{n};$$

$$\tau_\varepsilon = -\frac{1}{\delta} \ln \left( 1 - \frac{m + \lambda_\varepsilon \sqrt{m}}{n} \right) \sim \frac{1}{\delta} \frac{m + \lambda_\varepsilon \sqrt{m}}{n}. \quad (1.19)$$

Заметим, что  $\frac{1}{\delta}$  — среднее время длительности работы элемента. Если бы все элементы начали работать в одно время, а длительность их работы была постоянной и равнялась  $\frac{1}{\delta}$ , то проверку и замену всех элементов можно было бы проводить через интервалы  $\frac{1}{\delta}$ . Формула (1.19) показывает, как уменьшается интервал между проверками за счет случайности.

### Домашнее задание

Будем считать, что время жизни элемента имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\delta$ , но он неизвестен. Чтобы применить полученный результат к оценке надежности системы, нужно использовать экспериментальные данные. Они приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Значения времен жизни элементов системы по тридцати наблюдениям (в условных единицах) ( $N = 30$ )

2,6	6,4	12,5	1,5	0,4	11,2	3,2	8,2	2,9	4,5
6,1	16,8	1,8	13,4	7,2	15,4	10,7	9,1	4,1	18,1
17,2	1,3	5,8	5,4	19,1	12,5	13,4	20,5	2,01	0,7

Поскольку среднее значение экспоненциального распределения с параметром  $\delta$  равно  $\delta^{-1}$ , для  $\delta$  мы имеем оценку  $\hat{\delta} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N x_i}$ . Здесь  $\{x_i\}$  — числа из табл. 2.1. Для заданных  $m = 50$  и  $n = 50$  по формуле (1.19) найти оценку  $\hat{\tau}_\varepsilon$  в зависимости от  $\varepsilon$ .

### Контрольные вопросы

1. Какие требования к надежности следует предъявлять для различных конструктивных систем?
2. Что такое нормальное распределение?
3. Как рассчитывается оптимальный интервал между осмотрами при критерии надежности?
4. Показательное распределение.
5. Оценка параметра показательного распределения. Оценка оптимального периода между осмотрами с позиции критерия надежности.

## 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ «УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИЕЙ ОБЪЕКТОВ ЖКХ»

Одна из важнейших задач, которую приходится решать управляющей организации, — распределение имеющихся ресурсов между управляемыми объектами. Значительная часть этих ресурсов распределяется стандартным образом на обеспечение водоснабжения, отопления, вентиляции, освещения каждого из зданий с учетом полученных по наблюдениям оценок необходимых параметров. Соответствующие формулы имеются в учебнике [2]. При этом всегда остается возможность выхода из строя той или иной системы. На практических занятиях ставится задача — распределить имеющиеся дополнительные ресурсы (если они есть) между системами одного типа различных объектов для максимального повышения их надежности. Строится математическая модель и предлагается алгоритм, основанный на методе динамического программирования.

Развитие навыков в этом направлении будет способствовать более обоснованному принятию решений по распределению ресурсов специалистами управляющих компаний.

### 2.1. Оптимальное распределение ресурсов в эксплуатационных организациях

Предположим, что в распоряжении управляющей компании находится сумма  $C$  руб., которую она хочет потратить на увеличение надежности, например, системы водоснабжения в  $n$  жилых зданиях. Это увеличение может быть достигнуто наличием некоторого запаса элементов (запасных частей) определенного типа, которые существенно влияют на надежность всей системы.

Считается, что по наблюдениям за прошедшие годы выход из строя именно этого типа элементов обычно приводил к критическим ситуациям в водоснабжении здания. Известны стоимости  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) одного элемента этого типа для  $i$ -го здания. Время  $\xi_i$  от момента установки до момента поломки элемента (время жизни) для  $i$ -го здания — случайная величина с экспоненциальным распределением с параметром  $\alpha_i$ . Это означает, что вероятность того, что за время  $t$  элемент не выйдет из строя, дается равенством

$$P(\xi_i > t) = e^{-\alpha_i t}, \quad (t \geq 0), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Если в запасе имеется  $k_i$  элементов для системы  $i$ -го здания, то вероятность  $P_i(k_i, T)$  того, что за время  $T$  не возникнет критического состояния системы из-за поломки элемента данного типа, дается формулой

$$P_i(k_i, T) = e^{-\alpha_i T} \sum_{j=0}^{k_i} \frac{(\alpha_i T)^j}{j!} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Вероятность  $P(k_1, \dots, k_n, T)$  того, что системы будут в рабочем состоянии до момента  $T$  во всех  $n$  зданиях в силу естественного предположения о независимости событий поломок для различных элементов, имеет вид

$$P(k_1, \dots, k_n, T) = \prod_{i=1}^n P_i(k_i, T). \quad (2.1)$$

Нужно выбрать такой набор запасных элементов  $(k_1, \dots, k_n)$ , который максимизирует эту функцию. Напомним, что  $k_i$  — число запасных элементов  $i$ -го здания. Поскольку средства управляющей компании ограничены суммой  $C$ , задача выглядит следующим образом.

Найти вектор  $\vec{k}_0 = (k_1^0, \dots, k_n^0)$ , доставляющий максимум функции  $P(k_1, \dots, k_n, T)$ , т.е. решить задачу

$$\max_{\vec{k}} P(k_1, \dots, k_n, T) \quad (2.2)$$

при условии  $\sum_{i=1}^n C_i k_i \leq C$ .

Существуют различные пути решения этой задачи. Наиболее эффективный — это метод динамического программирования [9].

Приведем основные шаги этого подхода.

Пусть  $j_i(x) = \left[ \frac{x}{C_i} \right]$  — целая часть отношения  $\frac{x}{C_i}$ ,  $(i=1, 2, \dots, n)$  и  $x \geq 0$ , так что  $x = j_i(x)C_i + \beta(x)$ ,

где  $0 \leq \beta(x) < C_i$ .

Определим последовательность функций  $f_1(x), \dots, f_n(x)$  соотношениями

$$f_k(x) = \max_{0 \leq j \leq j_k(x)} P_k(j, T) f_{k-1}(x - C_k j), \quad (2.3)$$

$$f_1(x) = P_1(j_1(x), T) \text{ для } 0 \leq x \leq C.$$

Мы получаем  $n - 1$  одномерных задач на отыскание экстремума вместо одной  $n$ -мерной задачи. В этом и состоит основная идея динамического программирования, принадлежащая Беллману [9]. На основании выписанных соотношений легко построить вычислительный алгоритм для оптимального распределения средств с целью повышения надежности.

Прежде чем переходить к задаче оптимизации, нужно оценить участвующие в функции  $P(\vec{k}, T)$  параметры  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ .

## 2.2. Статистическая оценка параметров. Пример

По каждому зданию имеются статистические данные о временах жизни выбранного элемента  $\{x_{i1}, \dots, x_{iN_i}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Здесь  $x_{ij}$  — время жизни  $j$ -го наблюдаемого элемента для  $i$ -здания. В качестве оценки  $\widehat{\alpha}_i$  параметра  $\alpha_i$  полагаем

$$\widehat{\alpha}_i = \frac{N_i}{\sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}}.$$

Теперь в (2.1) вместо  $\alpha_i$  берем  $\widehat{\alpha}_i$ .

На основе данных табл. 2.1 и формулы (2.3) легко строится вычислительный алгоритм для определения оптимального поведения [9].

Таблица 2.1

**Времена жизни элементов для 1-го здания по тридцати наблюдениям (в условных единицах)**

1,2	3,5	0,5	0,7	2,1	1,8	3,1	0,7	0,6	0,8
2,1	1,8	1,9	0,8	0,5	2,4	0,6	3,4	0,7	0,5
0,9	1,4	2,2	3,1	1,0	0,8	1,7	1,4	1,3	0,2

**Времена жизни элементов для 2-го здания по тридцати наблюдениям (в условных единицах)**

2,4	3,2	0,7	0,8	2,1	1,3	4,2	3,1	2,8	0,5
2,5	0,9	0,6	2,2	3,2	4,0	1,9	0,7	1,8	0,6
4,1	2,1	2,2	0,5	0,4	1,8	0,7	1,9	2,0	2,1

**Пример.** Хотя можно построить алгоритм для решения задачи в общем виде, мы ограничимся здесь простым случаем  $n=2$ . Кроме того, предположим, что  $T$  велико ( $T \rightarrow \infty$ ) и

$$C_1 < C_2, \quad 5C_1 > C \quad \text{и} \quad 2C_1 + 2C_2 = C. \quad (2.4)$$

Варианты возможных решений в силу ограничений (2.4) следующие:

$$(4,0); (3,1); (2,2).$$

Здесь  $(i,j)$  означает, что покупается  $i$  запасных элементов для первого здания и  $j$  — для второго. По формуле (2.1) имеем

$$P(4,0,T) \sim \frac{(\widehat{\alpha}_1 T)^4}{4!} e^{-\widehat{\alpha}_1 T} e^{-\widehat{\alpha}_2 T};$$

$$P(3,1,T) \sim \frac{(\widehat{\alpha}_1 T)^3}{3!} e^{-\widehat{\alpha}_1 T} \widehat{\alpha}_2 T e^{-\widehat{\alpha}_2 T};$$

$$P(2,2,T) \sim \frac{(\widehat{\alpha}_1 T)^2}{2!} e^{-\widehat{\alpha}_1 T} \frac{(\widehat{\alpha}_2 T)^2}{2!} e^{-\widehat{\alpha}_2 T}.$$

Надо из указанных вариантов выбрать лучший, т.е. найти  $(i_0, j_0)$ , при котором достигается наибольшее значение вероятности  $P(i,j,T)$ . Найдем отношения

$$\frac{P(4,0,T)}{P(3,1,T)} = \frac{\widehat{\alpha}_1}{4\widehat{\alpha}_2}, \quad \frac{P(4,0,T)}{P(2,2,T)} = \frac{\widehat{\alpha}_1^2}{6\widehat{\alpha}_2^2}, \quad \frac{P(3,1,T)}{P(2,2,T)} = \frac{2\widehat{\alpha}_1}{3\widehat{\alpha}_2}.$$

Отсюда следует, что если  $\widehat{\alpha}_1 > 4\widehat{\alpha}_2$ , то оптимальным решением является  $(4,0)$ , т.е. все имеющиеся ресурсы нужно вложить в покупку запасных элементов для первого здания.

Если  $\frac{3}{2}\hat{\alpha}_2 < \hat{\alpha}_1 < 4\hat{\alpha}_2$ , то нужно купить три запасных элемента для первого здания и один для второго.

Если  $\hat{\alpha}_1 < \frac{3}{2}\hat{\alpha}_2$ , то оптимально купить по два запасных элемента для каждого из зданий.

**Домашнее задание.** Построить алгоритм на основе (2.3) при  $n = 2$ , используя табл. 2.1.

### Контрольные вопросы

1. Какой вид имеет экспоненциальное распределение?
2. Как найти оценку параметра экспоненциального распределения?
3. Найдите оптимальное распределение ресурсов в случае  $C_2 < C_1$ ,  $3C_2 + 3C_1 = C$ ,  $7C_2 > C$ .

## 3. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ «ОСОБЕННОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ОБЪЕКТОВ ЖКХ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ»

### 3.1. Структурная схема формирования службы эксплуатации

Техническая эксплуатация здания состоит из технического обслуживания, системы ремонта, санитарного содержания.

Для своевременного устранения отказов оборудования, выполнения аварийных работ по заявкам населения, а также для оперативного управления процессом технической эксплуатации жилых зданий в жилищном хозяйстве функционирует сеть аварийных и диспетчерских служб.

Отдел диспетчерской службы (ОДС) (рис. 3.1) [4] представляет собой сложную систему, состоящую из нескольких составных частей. Рассмотрим процесс поступления, приема и обработки информации в ОДС. Первый поток вызовов поступает по каналам связи на диспетчерский пульт. Поток включает сообщения от датчиков, установленных на инженерном оборудовании, переговорных устройств, находящихся в подъездах жилых домов и лифтах, по городскому телефону. Поток вызовов  $X(t)$  можно разделить на две части:  $X_1(t)$  и  $X_2(t)$ . Поток  $X_1(t)$  носит информационный характер, а  $X_2(t)$  содержит данные о возникших аварийных состояниях и неисправностях на контролируемом инженерном оборудовании. Первичный поток вызовов  $X(t)$  классифицирует диспетчер в течение рабочей смены. Для наглядности мы приведем схему функционирования диспетчерской службы на рис. 3.1 [4].

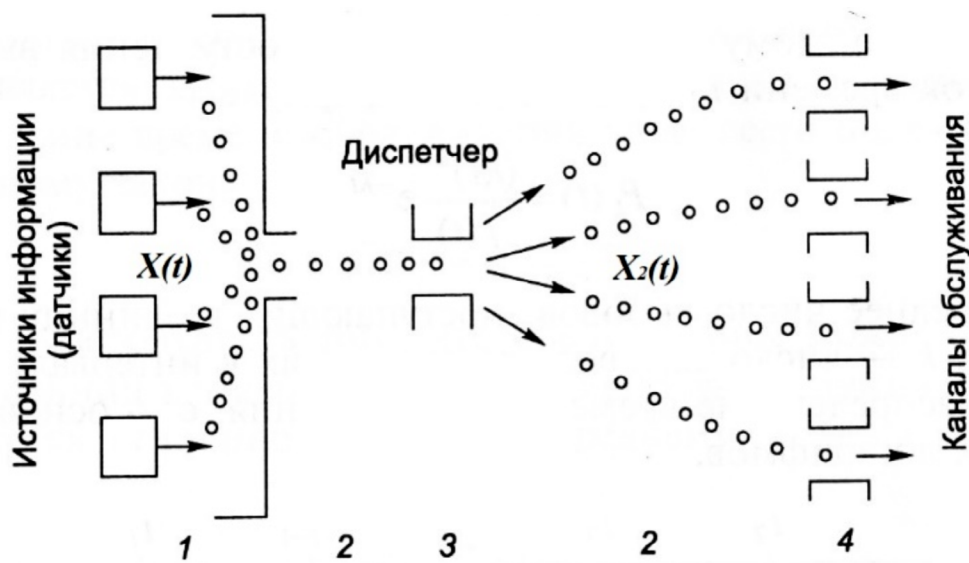


Рис. 3.1. Схема отдела диспетчерской службы как системы обслуживания:

- 1 — входящий поток вызовов; 2 — очередь; 3 — канал обслуживания (диспетчер);  
4 — каналы обслуживания (рабочий персонал ОДС)

### 3.2. Основные понятия и процессы теории массового обслуживания

Задачи массового обслуживания возникают в том случае, когда некоторые объекты, требующие обслуживания, или само обслуживаемое оборудование могут оказаться бездействующими.

Здесь мы введем основные понятия теории массового обслуживания, а в качестве примера будем рассматривать отдел диспетчерской службы (ОДС), предположив, что этот отдел имеет несколько сотрудников, обрабатывающих сообщения от датчиков, установленных на инженерном оборудовании, переговорных устройств, находящихся в подъездах жилых домов и лифтах, по телефонам и т.д.

Систему массового обслуживания можно описать, задавая следующие компоненты: 1) входящий поток  $X(t)$ , т.е. поток поступающих на обслуживание требований (заявок, вызовов), так что  $X(t)$  — число требований, пришедших в интервале времени  $(0; t)$ ; 2) правила поступления на обслуживание; 3) механизм обслуживания.

Поток вызовов (на ОДС) можно разделить на два потока  $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$ : первый носит информативный характер, а другой содержит сообщения о возникающих аварийных состояниях и неисправностях на контролируемом инженерном оборудовании. При этом система обслуживания ОДС состоит из двух последовательно соединенных систем. В первой — обслуживающие устройства — это сотрудники, которые обрабатывают и классифицируют поступающие вызовы, а во второй — приборы — это дежурный персонал (сантехники, электрики и т.д.). В первой фазе обслуживание происходит в порядке поступления, а во второй порядок обслуживания зависит от экстренности вызова, это так называемые приоритетные системы.

В большинстве прикладных моделей (и это не лишено определенных оснований) входящий в систему поток запросов на обслуживание  $X(t)$  предполагается пуассоновским. Это означает следующее: при малом  $\Delta t$  событие возникновения требования в интервале  $(t, t + \Delta t)$  не зависит от того, когда появлялись требования до момента  $t$ , и имеет вероятность  $\lambda\Delta t + o(\Delta t)$ . Поскольку при появлении требования возникает единичный скачок у процесса  $X(t)$ , это предположение означает

$$P(X(t + \Delta t) - X(t) = 1) = \lambda\Delta t + o(\Delta t), \quad \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} \rightarrow 0 \text{ при } \Delta t \rightarrow 0. \quad (3.1)$$

Число  $\lambda > 0$  называется параметром или интенсивностью потока  $X(t)$ .

Предположим, что имеется  $m$  сотрудников, которые эти заявки обрабатывают и принимают решения об их классификации (информационного характера, сообщения о возникших аварийных ситуациях, о неисправностях инженерного оборудования и т.д.).

Время обработки информации (время обслуживания заявки) — случайная величина, вообще говоря, с неизвестным распределением, которая, однако, может быть оценена по результатам наблюдений. Пока предполагается, что  $F(x)$  — функция распределения этой случайной величины  $\xi$ , называемой временем обслуживания, т.е.  $P(\xi \leq x) = F(x)$ . Среднее значение

$$b = M\xi = \int_0^{+\infty} xF'(x)dx. \quad (3.2)$$

Далее могут возникнуть различные ситуации:

- 1) в системе нет линий для ожидания обслуживания, так что заявка, заставшая все приборы занятыми, навсегда покидает систему;
- 2) в системе есть  $r$  линий для ожидания, так что заявка, заставшая все приборы занятыми, но свободные места для ожидания, занимает одно из них и ждет обслуживания;
- 3) нет мест для ожидания, но заявка, получившая отказ, повторяет запрос на обслуживание через некоторое время;
- 4) есть бесконечное число мест для ожидания.

Системы 1 называются системами с отказами; системы 2 — с конечным числом мест для ожидания; системы 3 — с повторными вызовами; системы 4 — с неограниченным числом мест для ожидания.

Все эти модели широко используются на практике, в частности при расчете численности и состава работников эксплуатационных служб объектов различного функционального назначения.



### 3.3. Системы массового обслуживания с отказами

Рассмотрим систему массового обслуживания с отказами, с пуассоновским входящим потоком  $X(t)$  интенсивности  $\lambda$ ,  $m$  обслуживающими приборами и распределением времени обслуживания со средним  $b$ . Обозначим  $q(t)$  — число занятых приборов в момент  $t$ . Очевидно, что  $q(t)$  делает скачок вверх на единицу, когда в систему приходит требование и есть свободные приборы, то есть  $q(t) < m$ , и  $q(t)$  делает скачок вниз на единицу, когда  $q(t) > 0$  и заканчивается обслуживание одного требования.

Обозначим  $P_k = \lim_{t \rightarrow \infty} P(q(t) = k)$ ,  $k = 0, 1, \dots, m$ .

Из теории массового обслуживания (см., например, [5], [8]) следует, что

$$P_k = \frac{(\lambda b)^k}{\sum_{j=0}^m \frac{(\lambda b)^j}{j!}}, \quad j = 0, 1, \dots, m. \quad (3.3)$$

Через эти вероятности выражаются важнейшие операционные характеристики системы:

–  $P_m$  — вероятность того, что пришедшая заявка получит отказ;

$$- L = \sum_{j=0}^m (m-j) P_j = m - \sum_{j=0}^m j P_j. \quad (3.4)$$

Выражение (3.4) — математическое ожидание числа свободных приборов.

### 3.4. Расчет численности работников диспетчерской службы, ответственных за прием и обработку поступающей информации (без линии ожидания)

Здесь в качестве математической модели мы возьмем систему массового обслуживания с отказами. Число работников — это число приборов;  $\lambda$  — среднее число вызовов, поступающих на диспетчерский пункт в единицу времени;  $b$  — среднее время обработки одного вызова. Если параметры  $\lambda$  и  $b$  известны, то наша задача — выбор числа работников, то есть  $m$ , с позиций того или иного критерия.

Первый критерий накладывает ограничение на вероятность потери вызова, то есть задается  $\varepsilon > 0$  и число работников  $m$  выбирается из условия

$$P_m = \frac{(\lambda b)^m}{\sum_{j=0}^m \frac{(\lambda b)^j}{j!}} < \varepsilon. \quad (3.5)$$

Второй критерий — стоимостной. Предположим, что  $C_1$  — расходы, связанные с наймом одного работника, а  $C_2$  — издержки от потери вызова в единицу времени. Тогда средние издержки в единицу времени определяются соотношением

$$W(m) = C_1 m + C_2 \lambda P_m. \quad (3.6)$$

Оптимальным считается количество работников  $m_0$ , при котором функция  $W(m)$  в (3.6) принимает минимальное значение.

На практических занятиях будут рассмотрены примеры и проведено сравнение оптимального числа работников с позиций двух различных критериев.

Однако в реальной ситуации возникает проблема оценки параметров  $\lambda$  и  $b$ , поскольку, вообще говоря, они неизвестны. Если удастся наблюдать процесс поступления заявок  $X(t)$  и времена обслуживания требований  $\{x_j\}_{j=1}^{N(t)}$ , принятых к обслуживанию, то задача решается традиционно [7].

В качестве оценок неизвестных параметров берем  $\hat{\lambda} = \frac{X(T)}{T}$ ,  $\hat{b} = \frac{1}{N(T)} \sum_{i=1}^{N(T)} x_i$ , где  $N(T)$  — число

обслуженных за время  $T$  требований. Далее при большом  $T$  оценка  $\hat{P}_m$  получается из формулы для  $P_m$  с заменой  $\lambda$  на  $\hat{\lambda}$  и  $b$  на  $\hat{b}$ .

Теперь нам следует найти  $m$  из условия (3.5) при первом критерии и минимум функции  $\hat{W}_T(m) = C_1 m + C_2 \hat{\lambda} \hat{P}_m$  при втором критерии.

Однако в реальной ситуации наблюдается только процесс  $q(t)$  (число занятых работников в момент  $t$ ,  $t \in (0, T)$ ). Обозначим  $N^+(T)$  — число скачков вверх процесса  $q(t)$ , а  $\tau_m(T)$  — время пребывания  $q(t)$  в состоянии  $m$  за время  $(0; T)$ . При большом  $T$  в качестве оценок  $\lambda$  и  $P_m$  можно взять

$$\hat{\lambda} = \frac{N^+(T)}{T - \tau_m(T)}, \quad \hat{P}_m = \frac{\tau_m(T)}{T}, \quad \text{так что } \hat{W}_T(m) = C_1 m + C_2 \frac{N^+(T)}{T(1 - \hat{P}_m)} \hat{P}_m.$$

Для процесса на рис. 3.2 имеем  $m = 4$ ,  $T = 38$ ,  $N^+(T) = 12$ ,  $\tau_m(T) = 3$  и  $\hat{\lambda} = \frac{12}{35}$ ,  $\hat{P}_m = \frac{3}{38}$ .

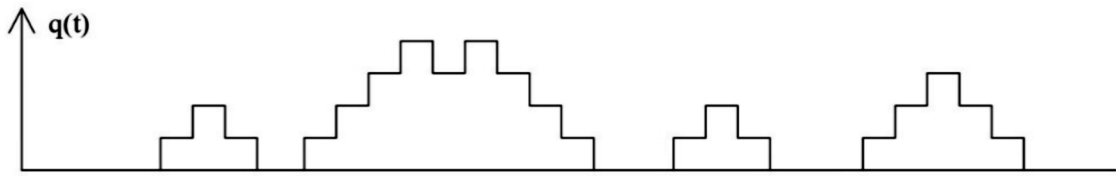


Рис. 3.2. График  $q(t)$  для  $m = 4$

### 3.5. Расчет численности и состава работников эксплуатационной службы объектов различного функционального назначения

Как уже отмечалось в п. 3.1, первичный информационный поток вызовов  $X(t)$  интенсивности  $\lambda$ , который классифицируется диспетчерами, состоит из нескольких потоков, так что  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ . При этом  $\lambda_2$  — интенсивность потока вызовов, содержащих информацию о неисправностях оборудования, для ремонта которого привлекают дежурный персонал различных специальностей (сантехников, электриков, электромехаников по лифтам и т.д.). Это означает, что по сути мы имеем двухфазную систему обслуживания: первая — обработка информации и классификация запросов, вторая — ликвидация технических неисправностей. Первая фаза достаточно подробно обсуждается в п. 3.4. Здесь мы рассмотрим вторую фазу. Как уже отмечалось, общий поток заявок в ОДС состоит из нескольких потоков:

$$X(t) = X_{л}(t) + X_{с}(t) + X_{э}(t) + X_{пр}(t),$$

где  $X_{л}(t)$  — число запросов, связанных с неисправностями лифтового оборудования;  $X_{с}(t)$  — то же по санитарно-техническим устройствам;  $X_{э}(t)$  — по электрооборудованию;  $X_{пр}(t)$  — прочие заявки, возможно, информационного характера.

Все эти потоки в некоторых дополнительных предположениях близки к пуассоновским в силу ряда результатов из теории массового обслуживания [8]. Их интенсивности обозначим соответственно  $\lambda_{л}$ ,  $\lambda_{с}$ ,  $\lambda_{э}$ . Функционирование каждой группы (далее — бригады), состоящей из сотрудников одной специальности (электрики, сантехники и т.д.), может описываться системой обслуживания. Для определенности рассмотрим работу бригады сантехников, состоящей из  $m_c$  специалистов. Предположим, что возникший дефект устраняется одним специалистом и требуемое для этого время  $\xi$  — случайная величина, имеющая экспоненциальное распределение с параметром  $\mu_c$  и средним  $b_c = \mu_c^{-1}$ . Пусть  $q_c(t)$  — число необслуженных вызовов в момент  $t$ , связанных с сантехническим оборудованием. Тогда  $q_c(t)$  — это число требований в момент  $t$  в системе обслуживания с  $m_c$  приборами, пуассо-

новским входящим потоком  $X_c(t)$  с интенсивностью  $\lambda_c$  и экспоненциально распределенным временем обслуживания со средним  $\mu_c^{-1}$ . Хорошо известно (см., например, [8]), что число требований в системе  $q_c(t)$  не стремится к бесконечности тогда и только тогда, когда  $\rho_c = \frac{\lambda_c}{\mu_c} < m_c$ . Отсюда следует, что условия

$$\rho_c = \frac{\lambda_c}{\mu_c} < m_c, \quad \rho_l = \frac{\lambda_l}{\mu_l} < m_l, \quad \rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} < m_3 \quad (3.7)$$

обеспечивают конечность очереди из клиентов для всех рассматриваемых бригад. Если (3.7) выполнено, то в каждой из рассматриваемых систем среднее время ожидания  $\bar{W}_l, \bar{W}_c, \bar{W}_3$  конечно и определяется формулами

$$\bar{W} = \frac{m\mu P_m}{(m\mu - \lambda)^2}, \quad \text{где } P_m = \frac{\rho^m}{m!} \left[ \sum_{k=0}^m \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{m+1}}{m!(m-\rho)} \right]^{-1}. \quad (3.8)$$

Для  $\bar{W}_l$  вместо  $m, \mu$  и  $\rho$  надо взять соответственно  $m_l, \mu_l, \rho_l = \frac{\lambda_l}{\mu_l}$ , для  $\bar{W}_c$  взять  $m_c, \mu_c$  и  $\rho_c$

и для  $\bar{W}_3$  взять  $m_3, \mu_3$  и  $\rho_3$ .

Таким образом, если мы знаем участвующие в формуле (3.8) параметры  $m, \mu$  и  $\rho$ , то можно рассчитать среднее время ожидания. А необходимое количество работников каждого функционального назначения находится из условия  $\bar{W} \leq W^{\text{доп}}$ , где  $W^{\text{доп}}$  — допустимое время ожидания, которое определяется руководителем эксплуатационного предприятия по согласованию с собственниками жилья или их представителями.

Если параметры  $\lambda$  и  $\mu$  неизвестны, то они могут быть оценены по наблюдениям за процессом  $q(t)$ , как это сделано в п. 3.3.

Возможен и другой подход к расчету численности бригад эксплуатационных служб, учитывающий стоимости содержания специалистов различных профилей. Этот подход будет детально обсужден на практических занятиях.

#### 4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

1. Задачи технической эксплуатации зданий.
2. Основные эксплуатационные мероприятия, их цель, содержание, влияние на характеристики объектов.
3. Классификация ремонтов объектов.
4. Оптимальный период проведения планово-предупредительных ремонтов по критерию надежности.
5. Нормальное распределение вероятностей. Понятие квантили.
6. Система осмотров зданий и сооружений. Оформление результаты осмотров.
7. Перспективное планирование ремонта конструктивных элементов и систем здания.
8. Структура расходов при перспективном планировании ремонта конструктивных элементов и систем зданий.
9. Влияние нормативного и фактического срока службы на эксплуатационные затраты.
10. Цели, задачи и функции управления ЖКХ.
11. Организационные схемы управления службами эксплуатации.
12. Принципы выработки управляющих решений при эксплуатации зданий.
13. Структурная схема формирования службы эксплуатации.
14. Расчет параметров, определяющих качество работы службы эксплуатации.

15. Основные понятия и процессы теории массового обслуживания.
16. Классификация систем массового обслуживания.
17. Системы с отказами. Основные понятия. Предельное распределение. Операционные характеристики.
18. Расчет численности работников диспетчерской службы, ответственных за прием и обработку информации (без линий ожиданий).
19. Расчет численности и состава работников эксплуатационной службы объектов различного функционального назначения.
20. Статистические оценки параметров систем массового обслуживания.

## **5. РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ**

Самостоятельная работа направлена на систематизацию и закрепление теоретических знаний и практических умений и включает аудиторную и внеаудиторную работы. Аудиторная самостоятельная работа реализуется в форме:

- самостоятельного выполнения заданий на практических занятиях;
- выполнения контрольной работы.

Внеаудиторная самостоятельная работа реализуется в форме:

- выполнения курсового проекта (работы);
- выполнения двух домашних заданий;
- подготовки к промежуточной аттестации в форме экзамена, дифференцированного зачета, зачета.

Перечень примерных вопросов для подготовки к контрольной работе № 1 по дисциплине «Организация, планирование и управление технической эксплуатацией зданий» состоит из вопросов 1–9, а для контрольной работы № 2 — из вопросов 10–20 из п. 4.

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Техническая эксплуатация зданий и сооружений / С.И. Рощина, М.В. Лукин, М.С. Лисятников, Н.С. Тихомирова. – Москва : КНОРУС, 2018.
2. Основы проектирования, строительства, эксплуатации зданий и сооружений / под ред. С.Б. Сборщикова. – Москва : МГСУ, 2017.
3. Кузин Н.Я. Управление технической эксплуатацией зданий и сооружений / Н.Я. Кузин, В.Н. Мищенко, С.А. Мищенко. – Москва : ИНФРА-М, 2017.
4. Техническая эксплуатация жилых зданий / под ред. В.И. Римшина и А.М. Стражникова. – Москва : Высшая школа, 2008.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – 8 изд. – Москва : УРСС, 2005.
6. Гнеденко Б.В. Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – Москва : Наука, 1965.
7. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. – Москва : Наука, 1985.
8. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – Москва : Ком-Книга, 2005.